



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes



CEEL CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

PROGRAMA CRIANÇA ALFABETIZADA

MATEMÁTICA – 3º ANO E 5º ANO
Construção do Pensamento
Algébrico nos Anos Iniciais



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes

GOVERNO
PER
NAM
BUCA

CEEL CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

EQUIPE MUNICIPAL - CNCA MATEMÁTICA



Ana Caroline Marino – Coordenadora Municipal

Walkíria Chaves – Formadora do 1º e 2º ano

Cristiane Athanásio – Formadora do 3º e 5º ano

Edilange Galvão - Formadora do 4ª e 5º ano



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes



CEEL CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

Atividade introdutória: estabelecendo laços...



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

CEEL CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

Secretaria de
Esportes

GOVERNO
PERNAMBUCO
ESTADO DE PERNAMBUCO

MOMENTO DELEITE





UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes

GOVERNO
PERNAMBUCO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO

CEAL CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

O QUE ESPERAMOS DESSA CONVERSA

- Apresentar as unidades temáticas do currículo da rede e discutir o desenvolvimento do pensamento algébrico;
- Caracterizar e distinguir pensamento aritmético e pensamento algébrico;
- Discutir possibilidades teóricas e práticas que possibilitem auxiliar o desenvolvimento do pensamento algébrico;
- Refletir sobre como o desenvolvimento do pensamento algébrico se materializa em livros didáticos e nas avaliações externas;



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes

GOVERNO
**PER
NAM**
BUCO
Estado de Pernambuco

CEEL CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

Conteúdos

- 1) Pensamento aritmético x pensamento algébrico;
- 2) Regularidades em sequências (de figuras, objetos e números naturais);
- 3) Ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações (ideia operacional);
- 4) Número desconhecido que torna verdadeira a igualdade (ideia de equivalência).



UNIDADE TEMÁTICA

NÚMEROS

NÚMEROS

0123456789

NATURAIS

Tem como principal objetivo **construir os significados dos números naturais em seus quatro aspectos: o de indicador da quantidade de elementos de uma coleção discreta, o de grandezas, o de indicador de posição e o de código.** Distinções que devem ser construídas a partir de situações de uso do número natural. Também aconselha a construção do significado do **Sistema de Numeração Decimal** e ensino das **operações fundamentais** (adição, subtração, multiplicação e divisão) a partir de situações ligadas ao cotidiano da criança



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes

GOVERNO
PERNAMBUCO

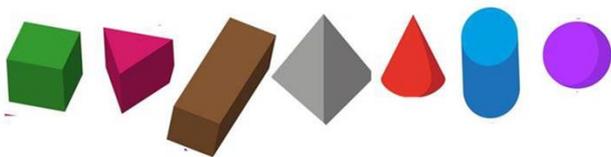
CEEL
CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

UNIDADE TEMÁTICA

GEOMETRIA



Formas Geométricas



Posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais são alguns dos objetos de conhecimento dessa unidade temática. O esperado é que esses conceitos ajudem o estudante a desenvolver o raciocínio necessário para investigar propriedades, entender proporcionalidade e observar semelhanças. Essa unidade também contempla o trabalho com as transformações geométricas e as habilidades de construção e de representação que devem ser trabalhadas explorando malhas de diferentes tipos.



UNIDADE TEMÁTICA

GRANDEZAS E MEDIDAS



Deve-se destacar a necessidade de ligação do estudo das grandezas e medidas a **situações do cotidiano do estudante**. A sistematização das **unidades convencionais de medida** somente deve ser realizada após a construção dos significados das grandezas envolvidas. É fundamental a apresentação de situações que levem o estudante a **comparar grandezas sem recorrer a medições** ou que **explorem a distinção entre figura e grandeza** (figuras diferentes com o mesmo perímetro ou recipientes diferentes com a mesma capacidade, etc.).



UNIDADE TEMÁTICA

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA



Tem como principal objetivo **desenvolver competências para formular questões que envolvam a obtenção de dados, coleta, organização e apresentação de informações, observação e interpretação de fenômenos.** É recomendável que se leve em conta a curiosidade, muitas vezes presente na criança. Além disso, trabalhar a **ideia de chance** favorecerá que o estudante construa a **noção de probabilidade a ser elaborada posteriormente.**



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes

GOVERNO
PERNAMBUCO

CEEL
CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

UNIDADE TEMÁTICA

ÁLGEBRA



A ênfase é no **pensamento algébrico**, desenvolvido a partir de um trabalho que **busca generalizações e regularidades**, em **diferentes sequências** (numéricas, de figuras ou de outro tipo). O desafio de pensar em como **determinar o valor desconhecido** em uma igualdade matemática, **explorando a ideia de operações inversas**, também contribui com o desenvolvimento do pensamento algébrico. A **noção de proporcionalidade** pode ser introduzida por meio de situações ligadas ao cotidiano do estudante.



Desafio...

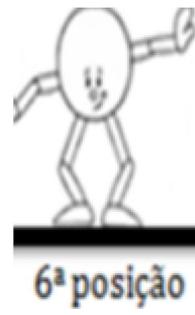
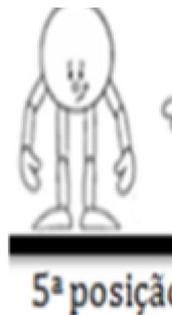
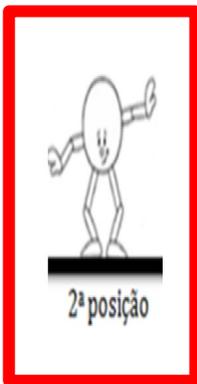
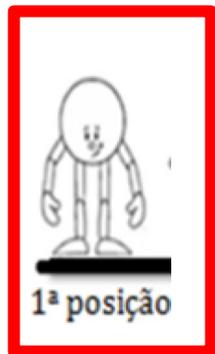
Carlitos é um boneco que adora fazer exercícios. No exercício, ele flexiona as pernas e mexe os braços, seguindo uma ordem nos movimentos. Ele pretende continuar nessa atividade por algum tempo. Veja a ordem dos exercícios de Carlitos.



Desenhe como ele
estará na 9ª
posição.

Desenhe como ele
estará na 58ª
posição.

Carlitos é um boneco que adora fazer exercícios. No exercício, ele flexiona as pernas e mexe os braços, seguindo uma ordem nos movimentos. Ele pretende continuar nessa atividade por algum tempo. Veja a ordem dos exercícios de Carlitos.



Desenhe como ele estará na 9ª posição.

Desenhe como ele estará na 58ª posição.

Como você chegou à essa conclusão?

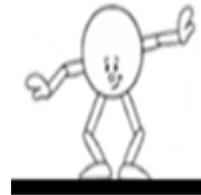
RESPOSTA

- 9ª posição



- Como você chegou à essa conclusão?

- 58ª posição



- Como você chegou à essa conclusão?

PERGUNTAS PARA REFLETIR:

- O QUE VOCÊ PRECISOU DESCOBRIR PARA ENCONTRAR O RESULTADO?
- VOCÊS RESPONDERAM UM PROBLEMA ALGÉBRICO OU ARITMÉTICO?
- IDENTIFICAR O PADRÃO É PENSAMENTO?
- QUAIS OUTRAS ESTRATÉGIAS PODERIAM SER EMPREGADAS PELO ESTUDANTE PARA RESOLVER COM ÊXITO A TAREFA ?
- QUAIS INTERVENÇÕES DIDÁTICO-METODOLÓGICAS PODERIAM SER PROPOSTAS PARA AJUDAR O ESTUDANTE A SUPERAR A DIFICULDADE APRESENTADA CASO ELE NÃO CONSIGA ENCONTRAR A RESPOSTA?



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

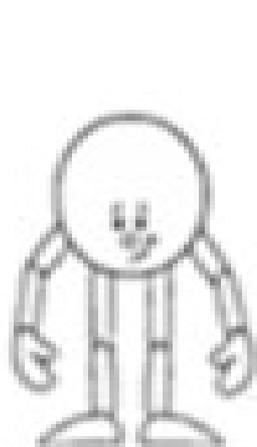
CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes

GOVERNO
PERNAMBUCO
ESTADO DE PERNAMBUCO

CEEL CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

PROTÓCOLOS DE RESOLUÇÃO



1ª posição



2ª posição



3ª posição



4ª posição



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes

GOVERNO
PERNAMBUCO
ESTADO DE PERNAMBUCO

CEEL CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

PRIMEIRO EU DESCOBRI QUE A BASE ERA 4 E QUE EU PRECISAVA CHEGAR EM 58, COMO EU TENHO CONHECIMENTO DE MULTIPLICAÇÃO, EU FUI PELA LÓGICA DA APROXIMAÇÃO.

DETALHANDO: MULTIPLIQUEI 10×4 E ENCONTREI 40, PERCEBI QUE PODIA MULTIPLICAR POR UM NÚMERO MAIOR ATÉ CHEGAR EM 58. QUANDO CHEGUEI EM 4×14 QUE O RESULTADO DEU 56, PERCEBI QUE NÃO PRECISAVA MAIS, AÍ PENSEI QUANTO FALTA PARA CHEGAR NO 58, FALTA 2, AÍ DESCOBRI QUE ERA O BONECO DA 2ª POSIÇÃO.

$$4 \times 10 = 40$$

$$4 \times 12 = 48$$

$$4 \times 14 = 56 + 2 = 58$$



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes

GOVERNO
**PER
NAM
BUCO**
ESTADO DE PERNAMBUCO

CEL CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

REGULARIDADE E PADRÃO...

Estão presentes na natureza e no cotidiano das pessoas, exemplo: ladrilhos, estampas, nas notas musicais, nos artesanatos, no acessórios e itens de decoração.

Padrão é usado quando nos referimos a uma disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons onde se detectam regularidades.

O padrão é composto por regularidades, ou seja, regularidades em uma sequência estabelece um padrão.

Na atividade dos bonecos, o que representa a regularidade?



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes



CEL CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

INTERVALO PARA UM CAFÉ





UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes

GOVERNO
PERNAMBUCO
ESTADO DE PERNAMBUCO

CEL CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

Pensamento Algébrico x Pensamento Aritmético

“Há algum tempo têm sido feitos esforços para introduzir alguns elementos de álgebra no ensino fundamental. Enquanto anteriormente aprender aritmética era apresentada como um pré-requisito para aprender álgebra, esta posição curricular tem sido questionada pelo movimento de “Early Algebra”. Ao mesmo tempo, surgiram novas questões. Por exemplo, se a aprendizagem da aritmética não é um pré-requisito para aprender álgebra, por onde começamos? Qual é a relação entre pensamento aritmético e pensamento algébrico?”
(Radford, 2021, p.)

Algumas visões sobre o Pensamento Algébrico

É necessário que **os estudantes** identifiquem **regularidades** e **padrões de sequências numéricas e não numéricas**, estabeleçam **leis matemáticas** que expressem **relações de interdependência entre grandezas** em diferentes contextos, bem como **criar, interpretar e transitar** entre as **diversas representações** simbólicas para resolver problemas.

As ideias matemáticas fundamentais vinculadas ao pensamento algébrico são: **equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade.**

GENERALIZAR

ABSTRAIR

JUSTIFICAR

Kaput(1995).



Algumas visões sobre o Pensamento Algébrico

Não existe um **consenso** na literatura a respeito do que significa o **pensamento algébrico** e o **pensar algebricamente**.

O **pensamento algébrico** é como “um **processo** no qual os alunos **generalizam ideias matemáticas** de um conjunto particular de exemplos, **estabelecem generalizações** por meio do discurso de **argumentação**, e expressam-nas, cada vez mais, em **caminhos formais e apropriados à sua idade**” (Blanton e Kaput , 2005, p.413, grifo nosso).

IDEIA MATEMÁTICA VINCULADA AO PENSAMENTO ALGÉBRICO:

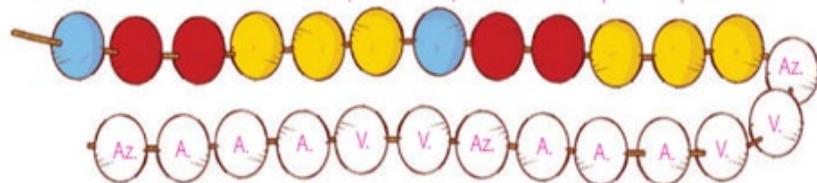
Sequência Repetitiva e Sequência Recursiva

Almeida (2024)

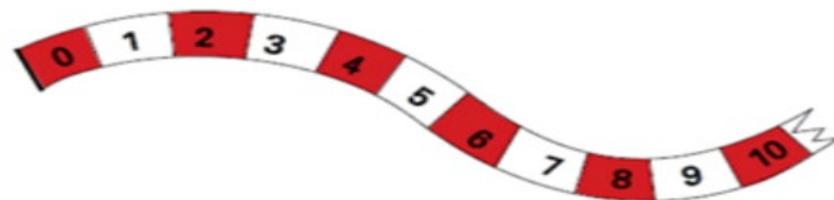
Sequência é todo **conjunto de elementos**, **numéricos ou não**, que são **colocados/distribuídos** em uma determinada **ordem**. Essa distribuição pode ser de **forma aleatória**, ou seguir algum **padrão**.

Para o **ensino de álgebra**, é interessante que o trabalho seja com sequências que tenham algum **padrão**, seja de **repetição**, formando as **sequências repetitivas**, ou padrão de **crescimento ou decrescimento**, formando as **sequências recursivas**.

Sequência repetitiva



Sequência recursiva





UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes



CEL CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

COMO APARECE AS HABILIDADES DE ÁLGEBRA NO CURRÍCULO DE JABOATÃO



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes



CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

Algebra- 3º ano

Identificação e descrição
de regularidades em
sequências numéricas
recursivas

(EF03MA10JAB) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais de até três algarismos com intervalos de 1, 2, 5 e 10, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrevendo uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes



CEEL CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

Algebra- 3º ano

Relação de igualdade

(EF03MA11JAB) Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais, resultando numa mesma soma ou diferença ou descobrindo um termo desconhecido.



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes



CEEL CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

COMO SE MATERIALIZA NO LIVRO DIDÁTICO?



Regularidades em sequências

4. ATIVIDADE ORAL EM GRUPO Descubra o padrão de cada sequência e complete com os números que faltam. Depois, descreva para os colegas o padrão que você descobriu e conheça como eles fizeram as próprias descobertas.

a) 1 8 15 22 29 36 50 71

b) 108 105 102 99 87 75



Regularidades em sequências



4. ATIVIDADE ORAL EM GRUPO Descubra o padrão de cada sequência e complete com os números que faltam. Depois, descreva para os colegas o padrão que você descobriu e conheça como eles fizeram as próprias descobertas. *Exemplos de resposta:*

a) 1 8 15 22 29 36 43 50 57 64 71 78

Padrão: adicionar 7 ao número anterior.

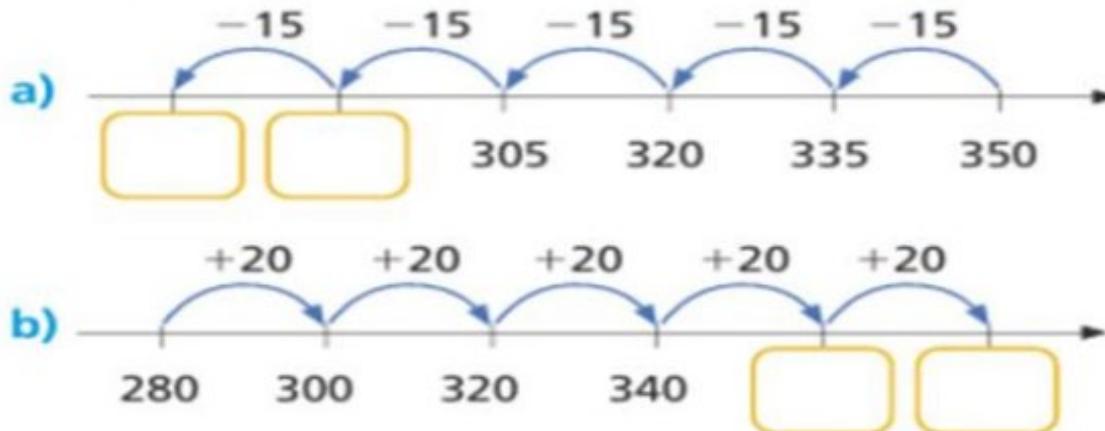
b) 108 105 102 99 96 93 90 87 84 81 78 75

Padrão: subtrair 3 do número anterior.



Regularidades em sequências

5 Complete cada sequência de acordo com o padrão indicado.

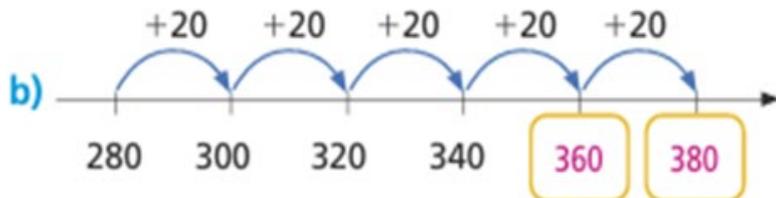
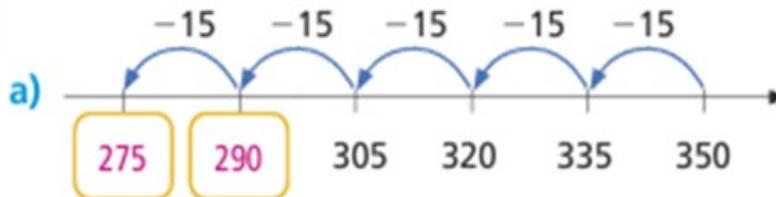




Regularidades em sequências

Sequências numéricas

5 Complete cada sequência de acordo com o padrão indicado.





Regularidades em sequências

- 7 Que tal construir uma sequência numérica? Nas fichas a seguir, indique números para compor uma sequência com regularidade parecida com as sequências da atividade anterior. Depois, troque-a com um colega para que ele identifique a regularidade e indique os próximos dois números dela, enquanto você faz o mesmo com a que receber. Ao final, confirmam juntos as resoluções.





- 5 A professora do 3º ano pediu aos alunos que construíssem uma sequência de oito números. Observe a sequência de números que Alan escreveu.

980, 972, 964, 956, 948, 940, 932, 924

- a) Que padrão você acha que Alan usou para escrever essa sequência?

- b) Escreva os quatro próximos números dessa sequência.



- 5** A professora do 3º ano pediu aos alunos que construíssem uma sequência de oito números. Observe a sequência de números que Alan escreveu.

980, 972, 964, 956, 948, 940, 932, 924

- a) Que padrão você acha que Alan usou para escrever essa sequência?

Espera-se que os alunos respondam que, nessa sequência, o primeiro número é o 980 e,

a partir dele, subtraíram 8 unidades para obter o próximo número.

- b) Escreva os quatro próximos números dessa sequência.

$924 - 8 = 916$; $916 - 8 = 908$; $908 - 8 = 900$; $900 - 8 = 892$

916, 908, 900 e 892.



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes



CEL CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

COMO SE MATERIALIZA NAS AVALIAÇÕES EXTERNAS?

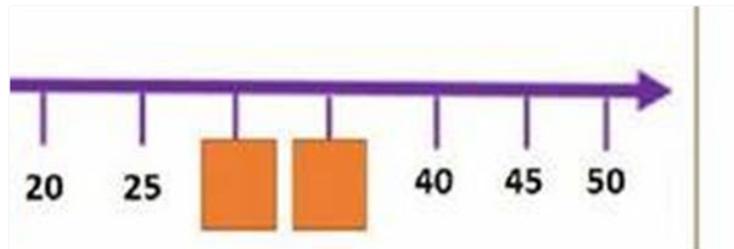
**Habilidades
Currículo PE**

EF04MA11PE: Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural

**Descritor prova
SAEPE**

D14 Identificar a localização de números naturais na reta numérica.

A reta numérica abaixo possui uma sequência organizada em ordem crescente.



Quais números devem ocupar os espaços vazios para completar a reta?

- A) 26 e 27
- B) 35 e 39
- C) 30 e 35
- D) 38 e 39

Adaptações

Crianças que apresentam dificuldade com números maiores, fazer adaptação, utilizando números menores. Podendo ainda, iniciar com objetos/figuras e em seguida com números.



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes

GOVERNO
PERNAMBUCO
ESTADO DE PERNAMBUCO

CEEL CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

PARA CONTINUAR A CONVERSA...

**IDEIA DE IGUALDADE PARA ESCREVER DIFERENTES
SENTENÇAS DE ADIÇÕES OU DE SUBTRAÇÕES**



DESAFIO DA CAIXA DE OVOS

(MATHEMA, 2019)





DESAFIO DA CAIXA DE OVOS

(MATHEMA, 2019)

Material:

- Caixa de ovos com 12 espaços (6 x 2)
- 24 fichinhas para marcação (12 de cada cor)
- Folhas de papel
- Lápis de cor com as cores das fichinhas





UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes

GOVERNO
PERNAMBUCO
ESTADO DE PERNAMBUCO

CEEL CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

1. Utilize as fichinhas para preencher os 12 espaços da caixa de ovos
2. Desenhe e pinte o que você acabou de fazer
3. **Escreva no papel uma adição para representar o valor 12 a partir de seu desenho**
4. Vamos observar as adições feitas pelos colegas!
5. Podemos encontrar outras adições diferentes? Quais?



1. Utilize as fichinhas para preencher os 12 espaços da caixa de ovos.

Soluções livres e que estimulam a manipulação com o material concreto.

2. Desenhe e pinte o que você acabou de fazer.

Pode servir de registro na forma de figuras, para posterior comparação com representação numérica.

3. Escreva no papel uma adição para representar o valor 12 a partir de seu desenho.

Atividade que subsidia de maneira mais elementar o trabalho com a Habilidade em foco.



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

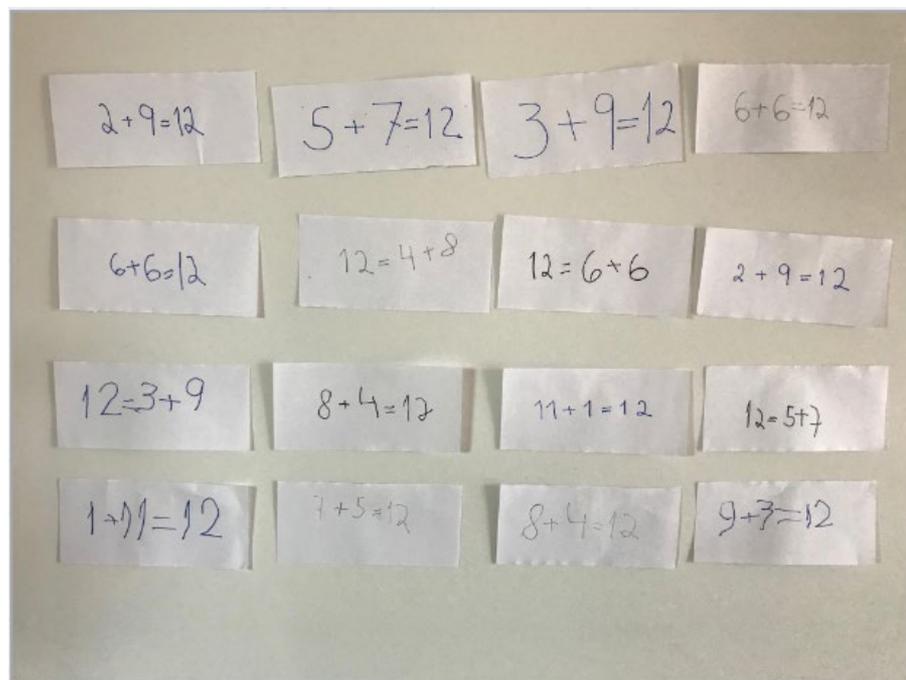
Secretaria
de Educação e
Esportes

GOVERNO
PERNAMBUCO
ESTADO DE PERNAMBUCO

CEAL CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

4. Vamos observar as adições feitas pelos colegas!

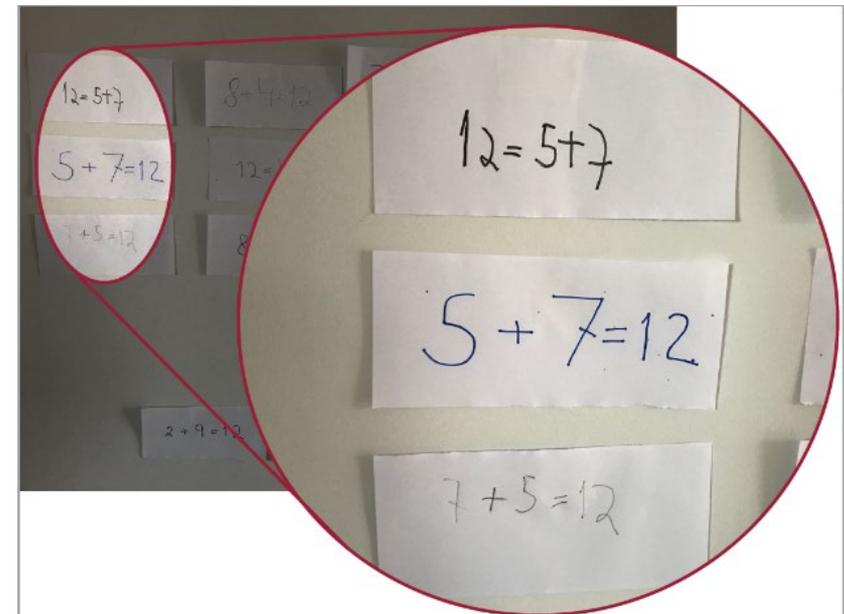
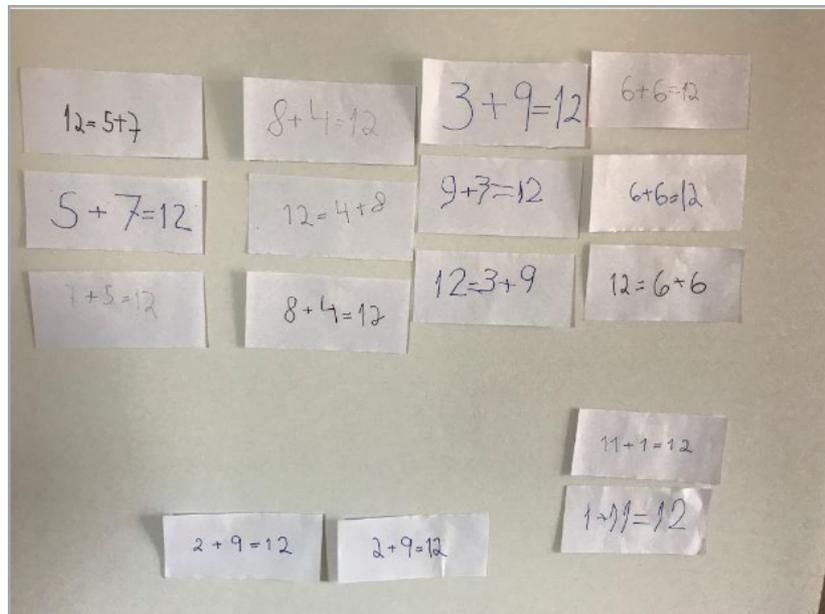
Início da exploração da Habilidade em foco e verificação da necessidade de adequação de resultados





5. Podemos encontrar outras adições diferentes?

Exploração maior na Habilidade em foco e possibilidades de discussões mais avançadas (a presença do zero).





UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes



CEEL CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

Como se materializa nos livros didáticos?



6 A professora colocou sobre a mesa dois potes com grãos de feijão em cada um deles. Ela disse aos alunos que, ao todo, havia 78 grãos de feijão e perguntou a eles quantos grãos havia em cada pote.

a) Observe os palpites de quatro alunos e contorne aqueles que podem estar corretos.

34 e 45

21 e 57

56 e 31

14 e 64

PARA PENSAR

É possível que diferentes adições tenham o mesmo resultado? Converse com o professor e os colegas.

b) Dê outros dois palpites para a quantidade de grãos de feijão em cada pote.



6 A professora colocou sobre a mesa dois potes com grãos de feijão em cada um deles. Ela disse aos alunos que, ao todo, havia 78 grãos de feijão e perguntou a eles quantos grãos havia em cada pote.

a) Observe os palpites de quatro alunos e contorne aqueles que podem estar corretos.

34 e 45

21 e 57

56 e 31

14 e 64

PARA PENSAR

É possível que diferentes adições tenham o mesmo resultado? Converse com o professor e os colegas.

Espera-se que os alunos respondam que sim.

b) Dê outros dois palpites para a quantidade de grãos de feijão em cada pote.

Sugestões de resposta: 3 e 75; 38 e 40; 27 e 51; 62 e 16.



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes



GOVERNO
PERNAMBUCO
ESTADO DE MUDANÇA

CEL CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

Quais aspectos teóricos podemos relacionar a igualdade para escrever diferentes sentenças?

SINAL DE IGUALDADE:

Segundo Ponte, Branco e Matos (2009), existem três significados que são atribuídos ao sinal de igualdade: a **noção operacional**, a **ideia de equivalência** e a **noção relacional**. Esses três significados estão presentes em atividades propostas desde os anos iniciais do ensino fundamental.



Noção operacional

- A noção **operacional** refere-se a contextos essencialmente aritméticos, já que as atividades que abordam as operações aritméticas possibilitam que as crianças percebam o sinal de igualdade como um símbolo operacional (por exemplo, $4 + 5$ dá/é igual a 9), ou seja, é um **símbolo que indica uma ação (operação) a ser realizada**.
- Esse tipo de atividade permite que as crianças percebam o sinal de igualdade como uma “instrução” para fazer algo do lado esquerdo e colocar a resposta no lado direito.



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA



CEL
CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

Noção operacional

- Ao dizermos que $4 + 5 = 9$, estamos dizendo que se tivermos um conjunto com 4 elementos e o reunirmos com um conjunto com 5 outros elementos obtemos um conjunto com 9 elementos.
- A expressão numérica $4 + 5 = 9$ indica que 9 é o resultado de uma **OPERAÇÃO** de adição de 4 com 5.



Noção de equivalência

- Na noção de **equivalência**, o sinal de igualdade apresenta uma relação de equivalência entre os dois termos, que pode ser expressa por meio de “ $8 + 4 = 7 + 5$ ”. (Pontes; Branco; Marcos, 2009).
- A compreensão dessa noção é marcada, nos estudos de Lessa (1996), pela metáfora da balança, que no contexto das equações auxiliava na compreensão da noção de equivalência. Segundo Cavalcanti e Santos (2007), na metáfora da balança, a noção de equivalência do sinal de igualdade é realçada no equilíbrio da balança.



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes



GOVERNO DO
PERNAMBUCO
ESTADO DE MUDANÇA

CEL CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

COMO SE MATERIALIZA NAS AVALIAÇÕES EXTERNAS?



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes



CEEL CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

IDEIA DE EQUIVALÊNCIA

Número desconhecido que torna verdadeira a
igualdade



Desafio do envelope (Radford, 2021)

Paulo e Maria colecionam figurinhas da copa do mundo. Maria tem um envelope com algumas figurinhas dentro mais 4 figurinhas. Paulo tem 12 figurinhas. Sabendo que Paulo e Maria têm o mesmo número de figurinhas, quantas figurinhas tem dentro do envelope de Maria?



=





FAZENDO MATEMÁTICA!

Desafio do envelope

- Um exemplo de resolução



=





Quais aspectos teóricos podemos relacionar a igualdade para escrever diferentes sentenças?

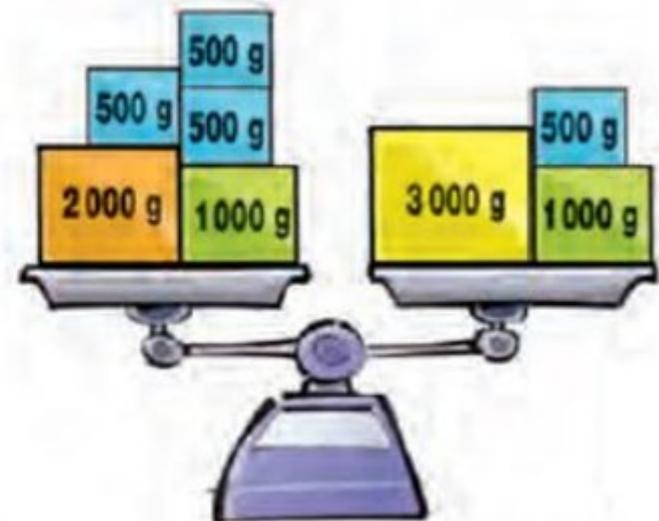
Igualdade e Equações

- O trabalho nos anos iniciais com a noção do sinal de igual enquanto uma relação de equivalência e as noções iniciais de equações é fundamental para que mais tarde, nos anos finais, os estudantes consigam utilizar e entender a linguagem alfanumérica.



4º ano

- 3 A balança ao lado está em equilíbrio.
Que objeto pode ser tirado de ambos os pratos de modo que a balança continue em equilíbrio?





Número desconhecido que torna verdadeira a igualdade (ideia de equivalência)

Confeccionando uma balança de cabide.

Material necessário:

- Cordão
- 2 pratos descartáveis
- 1 cabide

Vídeo explicativo:



https://www.youtube.com/watch?v=c_RvgCrLv48



Quais aspectos teóricos podemos relacionar a equivalência para escrever diferentes sentenças?

- A compreensão do sinal de igualdade como noção de **EQUIVALÊNCIA** é fundamental no trabalho com conceitos algébricos, principalmente no que refere ao conceito de equação.
- Atividades que utilizam a balança de dois pratos, por exemplo, podem contribuir para essa compreensão, pois este instrumento permite que o estudante perceba que uma igualdade não se altera quando se adiciona ou subtrai um mesmo número em seus dois membros; os membros são representados pelos dois pratos da balança.

Silva (2023)



Noção relacional

- A noção relacional, ainda segundo os autores Trivilin e Ribeiro (2015), envolve a compreensão de uma **RELAÇÃO ESTÁTICA** numa igualdade aritmética ou algébrica, isto é, esta noção é abordada em situações nas quais o sinal de igualdade é utilizado para representar uma igualdade de expressões, em uma relação funcional.
- Podemos citar como exemplo $3 + \underline{\quad} = 15 - 2$.



**Habilidades
Currículo PE**

EF03MA11PE: Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais,

**Descritor prova
SAEPE**

D18 Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração.

Pedro percorreu 10 quilômetros em uma competição de corrida, cujo trajeto total era 31 quilômetros.

Quantos quilômetros ele ainda precisaria percorrer para completar essa corrida?

- A) 15 quilômetros
- B) 21 quilômetros
- C) 31 quilômetros
- D) 45 quilômetros

Recomendação

Para crianças com dificuldade no desenvolvimento do raciocínio lógico matemático ou na compreensão enunciados, iniciar de maneira prática com tabuleiro de percurso ou com as ilustrações do percurso.



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes

GOVERNO
PERNAMBUCO
ESTADO DE PERNAMBUCO

CEAL CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

**Habilidades
Currículo PE**

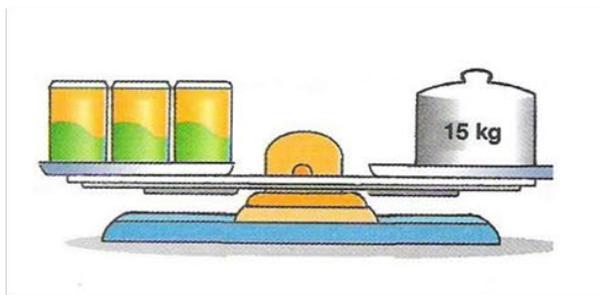
EF05MA11PE: Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.

**Descritor prova
SAEPE**

D18 Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração.

D19 Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão.

A balança abaixo está com os pratos em equilíbrio.



Observando a imagem, podemos dizer que o peso (massa) de cada lata é igual a:

(A) 3kg

(B) 5kg

(C) 10 kg

(D) 15kg

Habilidades Currículo PE	EF05MA11PE: Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido. EF04MA15PE: Determinar o número desconhecido que torna verdadeira a igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais.
Descritor prova SAEPE	D18 Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração.

Observe a sentença matemática a seguir:

$$1500 + 300 = 900 + \text{[Figura em branco]}$$

O número escondido pela figura é:

- A) 900 B) 1200 C) 1800 D) 2700

Recomendação

Crianças que apresentam dificuldade com números maiores, fazer adaptação, utilizando números menores.



Recomendações gerais para o trabalho em sala de aula com crianças atípicas

- Os **conteúdos**, a **metodologia** utilizada, os **procedimentos de ensino** e mesmo os **instrumentos de avaliação** precisam estar associados aos interesses e às necessidades educacionais dos(as) estudantes.
- Cada criança mesmo apresentando transtornos comuns, podem apresentar, níveis de comprometimento diferentes, interesses diferentes, resistências diferentes.



Recomendações gerais para o trabalho em sala de aula com crianças atípicas

- Iniciar preferencialmente com atividades práticas;
- Complementar, reforçar instruções verbais com informação visual, passando uma instrução por vez;
- Caso a criança não saiba ler, a professora deve ler para ela;
- Crianças com TEA não verbais, será necessário ter cartões com as possíveis respostas, para que ela escolha o cartão com a resposta. Ex.: completar uma sequência com formas, disponibilizar cartões com ilustrações para que ela escolha a próxima sequência apontando.



Recomendações gerais para o trabalho em sala de aula com crianças atípicas

- Trazer sempre que possível a atenção do estudante ao conteúdo trabalhado, chamando seu nome durante as atividades e mantendo contato visual;
- Antecipar o conteúdo e a metodologia, por meio de rotina estruturada de trabalho;
- Proporcionar diferentes estratégias para apresentar propostas com a mesma habilidade. Ex.: iniciar com massinha, depois fazer com colar de contas.



Recomendações gerais para o trabalho em sala de aula com crianças atípicas

- **Orientações gerais na formatação das atividades:**
 - Reduzir as tarefas, torná-las mais curtas ou dividi-las em partes, etapas;
 - Em atividades impressas, os enunciados devem ser curtos e objetivos;
 - Usar sempre letra em caixa alta e em negrito para as principais informações.



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes

GOVERNO
PERNAMBUCO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO

CEEL
CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

Elaboração de atividade (3° ao 5° ano)

A partir das reflexões desse encontro, elaborar atividades que explorem regularidades, igualdades e número desconhecido:

Sugestões:

- *Atividade de descobrir regularidades:* propor atividades para que os alunos descubram termos de uma regularidade dada. Varie o nível de dificuldade dessa atividade com base na generalização proposta, com ou sem auxílio de material concreto.



Elaboração de atividade (3° ao 5° ano)

- *Atividade de descobrir o número desconhecido:* Eles devem iniciar com o pensamento aritmético e generalizando até alcançar o pensamento algébrico. Podem utilizar diferentes representações para conseguir identificar o termo desconhecido.
- *Atividade de estabelecer igualdades:* desafiar os alunos a criar suas igualdades. Eles podem utilizar diferentes recursos, como a balança de dois pratos, ou outro material concreto, como a caixa de ovos. Incentive a criatividade e a exploração de diferentes igualdades.



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes



CEEL CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

Vamos avaliar nosso encontro de
hoje?



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes



CEL CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

Até a próxima !





UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes

GOVERNO
**PER
NAM
BUCA**
ESTADO DE PERNAMBUCO

CEL
CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

REFERÊNCIAS

BLANTON, M.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v.36, n.5, p.412-46, 2005.

GOMES, P. S.; NORONHA, C. A. Caracterização do pensamento algébrico na perspectiva da teoria da objetivação. In: GOBARA, S. T.; RADFORD, L. **Teoria da objetivação: fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática**. São Paulo: editora Livraria da Física. 2020.

KAPUT, J.; BLANTON, M.; MORENO, L. Algebra from a symbolization point of view. In: KAPUT, J.; CARRAHER, D. W.; BLANTON, M. L. (Ed.) **Algebra in the early grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates, 2008. p.19-55.

KAPUT, J. J. A Research Base Supporting Long Term Algebra Reform? In: **ANNUAL MEETING OF NORTH AMERICAN CHAPTER OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION**, 17., Columbus, 1995.



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes

GOVERNO
PERNAMBUCO
ESTADO DE PERNAMBUCO

CEEL
CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

REFERÊNCIAS

MATHEMA. Dos Padrões às Generalizações. **Curso de Didática da Matemática**. Módulo V. Ensino Fundamental. São Paulo 2019.

PONTE, J.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Ministério da Educação, Portugal. Direção Geral de Integração e de Desenvolvimento Curricular (DGIDC). Portugal, 2009.

PONTE, J.P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: DGIDE, 2009.

RADFORD, L. (2021). O ensino-aprendizagem da álgebra na teoria da objetivação. In V. Moretti & L. Radford (Eds.), **Pensamento algébrico nos anos iniciais**: Diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural (pp. 171-195). Livraria da Física.

SILVA, G. V. Noções iniciais de equações do 1o grau em livros didáticos de matemática para o ensino fundamental. 2023. **Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica)** – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2023.



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

Centro de Educação

CRIANÇA
ALFABETIZADA

Secretaria
de Educação e
Esportes

GOVERNO
PERNAMBUCO
ESTADO DE PERNAMBUCO

CEEL
CENTRO DE ESTUDOS
EM EDUCAÇÃO E LINGUAGEM
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

REFERÊNCIAS

TRIVILIN, L. R., RIBEIRO, A. J. Conhecimento matemático para o ensino de diferentes significados do sinal de igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos anos iniciais do ensino fundamental. **Revista Bolema**, Rio Claro (SP), v. 29, n. 51, p. 38-59, abr. 2015. Disponível em:

<https://www.scielo.br/j/bolema/a/GqBLw5M9bHhx7KqrdQMv84h/abstract/?lang=pt>. Acesso em: 12 mar. 2024.

VALE, I.; PIMENTEL, T (org). **Padrões em Matemática** – Uma proposta didática no âmbito do novo programa para o Ensino Básico. Lisboa: Texto Editores, 2011.

WASSERMAN, N. H. Abstract algebra for algebra teaching: Influencing school mathematics instruction. **Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education**, v.16, n.1, p.28-47, 2016.